**¿CÓMO ENCONTRAR LA DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UNA RECTA?**

La distancia más corta entre un punto (x0, y0) y una recta Ax + By + C = 0, es el largo de este segmento que es perpendicular a la recta. ¿Cómo encontramos su largo?

Tradicionalmente lo que se hace es esto:

1. Encontrar una recta perpendicular a la original, que pase por nuestro punto. Podemos obtener la pendiente de esta recta, así que podemos usar la fórmula punto-pendiente.
2. Encontrar dónde se intersecta esta recta con la original, y
3. Encontrar la distancia entre esta intersección y nuestro punto original.

Pero tristemente es más fácil decirlo que hacerlo. El desarrollo es realmente horrible, largo y tedioso. En el camino se cancelan varios términos y terminamos con una expresión decepcionantemente corta, una que después de todo ese desarrollo no nos dice mucho y al final termina siendo otra cosa más por memorizar de todos modos sin entenderla bien.

¿Hay alguna otra manera de hacer esto?

Pues, podemos tomar la misma idea original, pero con unos cambios.

Vamos a usar la misma recta perpendicular. Si la recta original tenía pendiente -B/A, la nueva debe tener pendiente A/B. Pero vamos a usar esta información de forma diferente. Esta pendiente nos dice que, si parto de un punto cualquiera y le aumento el x en una cantidad B, entonces debo aumentarle el y en una cantidad A para seguir en la recta. Si el x lo aumento 2B, y debe aumentar 2A, y en general, si x lo aumento una cantidad lambda b, entonces y debe aumentar en lambda a, donde lambda es un escalar cualquiera. Vamos a usar esto de manera conveniente. Vamos a tomar el punto (x0, y0), a su x le vamos a restar lambda A, y para seguir en la recta vamos a restarle lambda B a su y. Pero este lambda va a ser un escalar conveniente, que nos haga llegar a la intersección entre ambas rectas. Como este nuevo punto también está en la recta original, eso significa que cumple la ecuación de esa recta. Es decir, A(x0 – lambda A) + B(y0 – lambda B) + C = 0. De aquí podemos despejar lambda, y llegar a que debe ser igual a Ax0 + By0 + C, todo dividido entre A^2 + B^2.

Ya que encontramos nuestro escalar conveniente lambda, podemos encontrar la distancia entre el punto y la recta. Este segmento que une ambas cosas, es la hipotenusa de este triángulo con catetos lambda A y lambda B, así que su largo se puede calcular con Pitágoras. La expresión final queda así: valor absoluto de lambda, por raíz de A^2 + B^2.

Entonces debemos tomar nuestra expresión para lambda, sacarle valor absoluto y multiplicarla por la raíz. Al sacar valor absoluto, nos damos cuenta que el denominador siempre es positivo, así que en verdad nos queda el valor absoluto de lo de arriba, partido en lo de abajo. Ahora multiplicamos todo por la raíz y nos queda la distancia que buscamos: valor absoluto de Ax0 + By0 + C, todo partido en raíz de A^2 + B^2: el mismo resultado de antes.

Pero sin duda, este desarrollo es mucho más eficiente que el original.